VARIABILITA HMYZU A GAUSSOVA KŘIVKA

Jiří Trachtulec

Již několikrát jsem se setkal s použitím Gaussova normálního rozdělení k vyjádření variability hmyzu (např. Šustek 1981). Domnívám se, že bude velmi užitečné uvést některá fakta na správnou míru.

Gaussovo normální rozdělení popisuje variabilitu nekonečně velkého souboru jedinců. Udává pravděpodobnost nalezení jedince charakterizovaného určitou měřitelnou vlastností. Pro jednoduchost se budeme v dalším textu věnovat pouze variabilitě délky. Uvedené závěry platí v plném rozsahu i pro další charakteristiky hmyzu jako jsou šířka štítu a krovek, rozpětí křídel, hmotnost a jiné.

Pravděpodobnost, že jedinec z daného souboru má délku z intervalu $(x - d x, x + d x)$ je dána matematickou funkcí

$$p(x) = (1/s\sqrt{2\pi}).\exp(-(x - S)^2/2s^2)$$

Tato funkce se nazývá normální zákon rozdělení, její graf pak Gaussova křivka. Veličina S je střední hodnota délky jedinců souboru, veličina s směrodatná odchylka jednoho měření. Směrodatná odchylka jednoho měření má tu vlastnost, že 68 % jedinců souboru má délky v intervalu (S - s, S + s), 95 % jedinců v intervalu (S - 2s, S + 2s) a 99,73 % jedinců (tedy prakticky všichni) v intervalu (S - 3s, S + 3s).

Provádíme-li měření jedinců, nebývá jejich počet zpravidla příliš velký. Při vyhodnocování pak pokládáme střední hodnotu S rovnu aritmetickému průměru $\bar{x}$ naměřených hodnot. Tyto dvě veličiny jsou však totožné pouze pro nekonečně velký soubor jedinců. Směrodatnou odchylku určíme ze vztahu

$$s = (5\sum\Delta x_+)/(2\sqrt{n(n - 1)}),$$

kde n je počet jedinců a $\sum\Delta x_+$ je součet kladných odchylek (rozdílů) jednotlivých měření od aritmetického průměru. V žádném případě nelze směrodatnou odchylku počítat jako šestinu rozdílu délek největšího a nejmenšího jedince souboru. U malých souborů také neplatí trvzení, že 99,73 % jedinců daného druhu má délku v intervalu (S - 3s, S + 3s).

Normální rozdělení popisuje populaci žijící v týchž podmínkách, (to zn. na jedné lokalitě). Populace jednotlivých lokalit se v závislosti

na vývojových podmínkách liší jak střední hodnotou délky, tak i směrodatnou odchylkou. Není tedy správné stanovovat tyto veličiny na základě proměřování jedinců nasbíraných na různých lokalitách a v časovém úseku několika let.

Uvedených výsledků je možno použít při stanovení variačního rozpětí délek jedinců určitého druhu a určité generace z určité lokality.

Pro ilustraci užití normálního rozdělení pro tento účel jsem si vybral značně variabilní druh Lucanus cervus L. Se dvěma dobrovolníky jsme provedli během 10 dnů v červnu a červenci 1981 měření délek několika set živých samců v lokalitě Purkrábka u Znojma. Údaje o délce sice jsou poněkud diskutabilní, neboť jsme měřili živé jedince, ale pro ilustraci to postačí. Abychom vyloučili opakovaná měření týchž jedinců provedli jsme značkování.

Celkově bylo proměřeno 546 jedinců. Rozdělení jejich délek je na obr. 1. Aritmetický průměr délek $\bar{x}$ = 51,5 mm, směrodatná odchylka s = 8,9 mm. Gaussova křivka definovaná těmito hodnotami je vkreslena do obr. č. 1. Kdybychom použili několikanásobně početnějšího souboru, ležely by zjištěné počty jedinců určitých velikostí mnohem blíže Gaussovy křivky.

Pro srovnání uvádím tytéž údaje pro soubor 55 jedinců proměřovaných v jednom dni (obr. 2.). Aritmetický průměr délek $\bar{x}$ = 51,2 mm, směrodatná odchylka s = 9,5 mm.

Stanovme nyní variační rozpětí délek druhu na dané lokalitě pomocí $\bar{x}$ a s. Proměřením 546 jedinců dostáváme interval 24,8 - 78,2 mm, v případě 55 jedinců interval 22,7 - 79,7 mm. Největší jedinec, který je mi znám z této lokality, měří 74 mm, nejmenší jedinec 31 mm. Největší jedinec ve větším souboru měřil 72 mm, nejmenší 33 mm. Kdybychom použili uvedených hodnot k výpočtu s (což je nesprávné) dostali bychom s = (72 mm - 33 mm) /6 = 6,5 mm.

Nyní uvedu podrobně příklad výpočtu směrodatné odchylky pro 10 náhodně vybraných čísel. $\Delta x = \bar{x} - x$

x [mm]	Δx_+ [mm]	Δx_- [mm]
46	7	
51	2	
39	14	
47	6	
54		-1
67		-14
71		-18
60		-7
52	1	

$n = 10$, $\bar{x} = 53$, $\sum \Delta x_+ = 7 + 2 + 14 + + = 30$ mm

$s = 5 \cdot 30 / 2\sqrt{90} = 7{,}9$mm

Graf normálního rozdělení (Gaussovu křivku) sestrojíme podle následující tabulky: /N je počet jedinců velikosti x/

x	$S \pm 3s$	$S \pm 2s$	$S \pm 3s/2$	$S \pm s$	$S \pm s/2$	S
N	$N_o/80$	$N_o/8$	$25N_o/80$	$5N_o/8$	$7N_o/8$	N_o
p(x)	0,5/s	5/s	12,47/s	25/s	35/s	40/s

N_o - maximum Gaussovy křivky, p(x) - pravděpodobnost v %, že náhodně vybraný jedinec ze souboru má délku v intervalu (x - dx, x + dx) (např. pro x = 20 mm volíme interval 19,5 - 20,5 mm). Tabulka je zčásti sestavena podle Bartsche (1971).

A shrnutí na závěr: pomocí Gaussova normálního rozdělení lze charakterizovat variační rozpětí veličiny chrakterizující populaci hmyzu pouze v rámci jedné, z hlediska životních podmínek homogenní lokality a v malém časovém úseku. Ke stanovení střední hodnoty veličiny a její směrodatné odchylky je nutno použít co největšího počtu jedinců.

L i t e r a t u r a

Brož J., 1967: Základy fysikálních měření I, SPN, Praha

Bartsch H.J., 1971: Matematické vzorce, SNTL, Praha

Šustek Z., 1981: Klíče k určování hmyzu 2 - Coleoptera Silphidae. Zprávy Čs. společnosti entomologické při ČSAV, 17

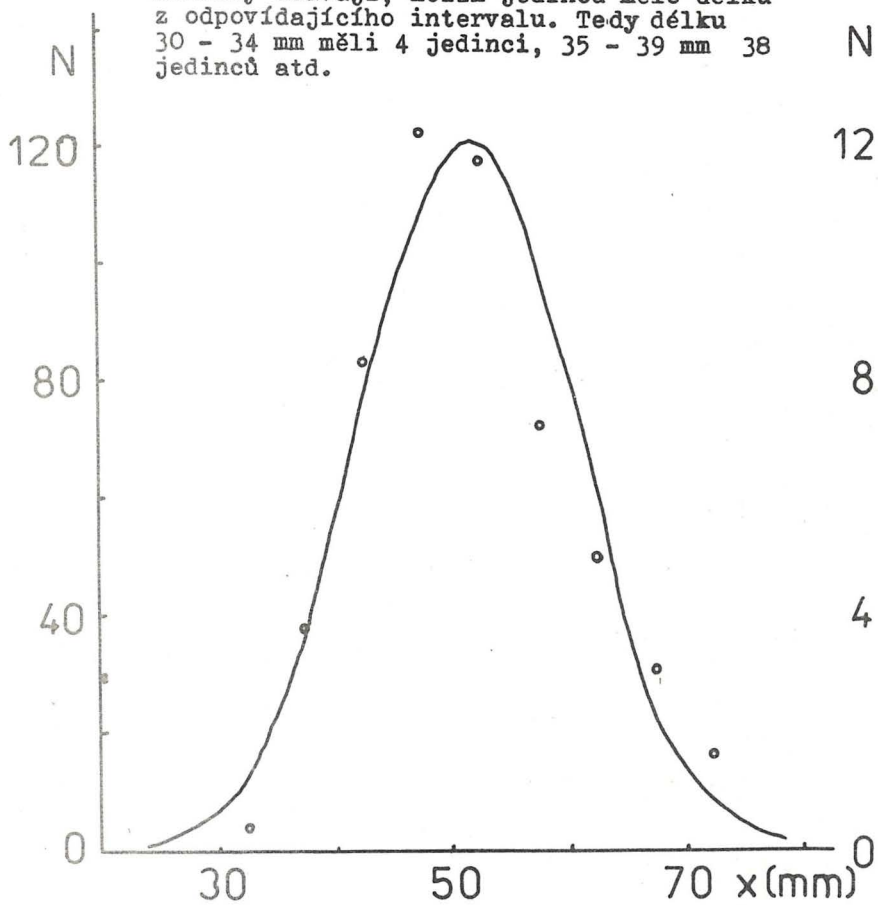
Adresa autora (Author's address):

RNDr. Jiří Trachtulec, Suchohrdly 210, 669 02 Znojmo

Obr. 1. :

N - počet jedinců, x - délka v mm

Kroužky udávají, kolik jedinců mělo délku z odpovídajícího intervalu. Tedy délku 30 - 34 mm měli 4 jedinci, 35 - 39 mm 38 jedinců atd.



Obr. 2. :

N - počet jedinců, x - délka v mm

